

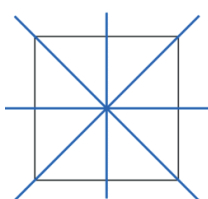
# ERC Starting Grant 2015 | Simon Riche



## Défi autour d'une conjecture mathématique

Simon Riche est chercheur CNRS au Laboratoire de mathématiques de Clermont-Ferrand<sup>1</sup>. Il s'intéresse à une conjecture émise il y a une trentaine d'années et qui a depuis généré dans la communauté une série d'apports et de rebondissements retentissants. Ce sont ces travaux qui sont soutenus par le biais de l'ERC Starting Grant 2015.

### Représentation de l'abstrait



Pour comprendre le domaine de recherche de Simon Riche, il faut s'intéresser à la théorie des représentations qui vise l'étude des symétries dans un objet. Un objet est symétrique quand on peut permuter ses éléments en laissant sa forme inchangée. Si nous pivotons le carré ci-contre selon un de ces axes de symétrie bleus, le résultat sera toujours le même carré. De plus,

chacun des points qui le composent peut être associé à un unique autre point par une symétrie, et inversement. Dans cet exemple, on peut décrire toutes les symétries très simplement : il s'agit des symétries orthogonales le long des diagonales, selon un axe horizontal ou vertical, des rotations d'angle 90, 180 et 270 degrés ou encore tout simplement "l'identité", c'est-à-dire l'opération qui envoie chaque élément sur lui-même. On peut également composer une symétrie à partir de plusieurs symétries et obtenir in fine toujours le même carré. On observe ainsi un "groupe" de symétries : notion centrale de la théorie des représentations.

Dans notre exemple, le groupe des symétries du carré agit sur le plan (puisque les rotations et les symétries sont définies pour tout point du plan, pas seulement ceux qui sont sur notre carré). Pour étudier les groupes, on étudie la façon dont ils peuvent "agir" sur un "espace", ou en d'autres termes comment ce groupe peut être "représenté" sous forme de matrices. Ces tableaux de chiffres concrétisent un objet algébrique abstrait en décrivant ses éléments. On peut effectuer des opérations sur ces éléments en termes d'additions ou de multiplications de matrices. En somme, représenter les groupes sous forme de matrices les rend manipulables.

Cette notion de "représentation" d'un groupe est centrale en mathématiques et va bien au-delà de l'étude des symétries dans notre simple carré. Elle intervient en algèbre, en analyse – par exemple via l'analyse de Fourier –, en théorie des nombres – par exemple, les "représentations galoisiennes", outil crucial de la preuve du théorème de Fermat –, mais aussi en physique, mécanique quantique ou chimie, parce qu'elle modélise exactement la notion de symétrie.

### Défi mathématique

L'objet principal du projet ERC de Simon Riche s'inscrit dans une épopée mathématique de haut vol... et de longue date : "Je travaille sur les représentations de certains groupes, les groupes algébriques réductifs sur des corps de caractéristique positive. Cette théorie fait l'objet de recherches intensives depuis les années 1960, à la suite de travaux plus anciens sur les « groupes de Lie », mais certains aspects restent mal compris". L'énoncé central de cette théorie est une conjecture due à George Lusztig (Massachusetts Institute of Technology à Cambridge aux Etats-Unis) datant de 1980. Cette conjecture a eu un impact très fort sur la recherche dans ce domaine, et a été démontrée sous certaines conditions dans les années 1990. Mais des résultats récents et très surprenants de Geordie Williamson (Max-Planck-Institut de Bonn) ont montré que cette conjecture, que la plupart des chercheurs considéraient comme certainement vraie, est fautive, ou en tout cas n'est pas vraie dans la généralité escomptée. Pour Simon Riche, "l'objectif est donc d'étudier des énoncés alternatifs vrais dans la généralité souhaitée, et leurs conséquences sur la structure des représentations, mais aussi dans quelles conditions la conjecture de Lusztig s'avère exacte". Pour cela, il s'appuie sur des collaborations en cours avec Geordie Williamson et Pramod N. Acharya (Louisiana State University à Bâton-Rouge aux Etats-Unis).

Les subventions européennes ERC Starting Grant sont destinées aux scientifiques possédant entre deux et sept ans d'expérience après leur doctorat, avec un parcours et un sujet de recherche très prometteurs. Après l'ENS, Simon Riche mène ses travaux de thèse de 2005 à 2008 à l'Institut de mathématiques de Jussieu en théorie des représentations, sous la direction de Patrick Polo et Roman Bezrukavnikov. Il devient chargé de recherche CNRS l'année suivante et intègre le groupe "Géométrie, algèbre, algèbres d'opérateurs" du Laboratoire de mathématiques de Clermont-Ferrand. La reconnaissance et l'apport financier importants que représente l'ERC vont lui permettre de financer deux post-doctorats, une bourse doctorale, une école d'été et une conférence, ainsi que des participations aux grandes réunions scientifiques de son domaine.

<sup>1</sup> Laboratoire sous tutelle CNRS / Université Blaise Pascal Clermont 2

<sup>2</sup> Laboratoire sous tutelle CNRS / Université Pierre et Marie Curie / Université Paris Diderot



www.cnrs.fr